
Bien préparer sa rentrée en PCSI

1 Introduction

Félicitations pour votre admission en PCSI au Lycée Hoche ! Voici quelques conseils pour vous préparer pendant les vacances et réussir au mieux votre entrée en classe préparatoire PCSI.

La première année ne se redouble pas, aussi est-il essentiel de mettre tous les atouts de votre côté et de faire un minimum de préparation pendant les vacances. Toutefois, rassurez-vous, les jours de pluie ou les deux dernières semaines de vacances suffiront amplement. Les seules connaissances de terminale sont nécessaires (il est donc inutile de faire un stage de préparation) et rien ne vaut un travail personnel.

2 Conseils généraux

L'emploi du temps en PCSI est chargé (heures de cours, interrogations orales, devoirs surveillés, travail personnel) et nécessite une bonne organisation. Voici donc quelques conseils pour améliorer celle-ci :

- Essayez de résoudre tous vos problèmes matériels avant la rentrée. Vérifiez votre temps de trajet et si celui-ci est trop important, trouvez un logement proche du lycée. N'oubliez pas que vous pouvez prendre tous vos repas au lycée (du petit déjeuner au dîner).
- Réglez tous vos problèmes administratifs et matériels (par exemple, prévoyez votre passage du permis de conduire en dehors de l'année scolaire).
- Prévoyez, de préférence pendant le week-end, une activité de loisir de 2 à 3 heures hebdomadaires maximum.
- Arrivez à la rentrée :
 - * Très motivé pour beaucoup travailler,
 - * Reposé pour fournir un effort soutenu toute l'année,
 - * Confiant en vous et en nous,
 - * Curieux et intéressé par tous les domaines.
- Pour d'éventuelles questions pédagogiques (mais pas pour des questions administratives), n'hésitez pas à nous contacter à l'adresse "RentreeHoche@yahoo.fr", nous nous efforcerons de répondre à vos questions.

Bonnes vacances !

3 Matières littéraires

Français/ Philosophie

Le thème est : « La justice ».

Les oeuvres au programme sont :

* Eschyle, Les Choéphores, les Euménides. Editions G.F (n°1473). Une édition spéciale prépas 2012 est sortie avec ces deux oeuvres et un dossier. Les étudiants peuvent aussi se procurer toujours en GF (n°1125), l'ensemble de la trilogie : Agamemnon, Les Choéphores, les Euménides. Le traducteur est le même. Bien sûr une seule des éditions suffit.

* Pascal : Pensées, "Pensées sur la justice" suivie de "Trois Discours sur la condition des Grands". Edition spéciale GF

(1474) pour les prépas scientifiques.

* Steinbeck, Les Raisins de la colère, Folio.

Il est obligatoire pendant les vacances d'acheter et de lire entièrement et précisément les trois oeuvres au programme des CPGE scientifiques. Prenez des notes, repérez leurs différents intérêts en rapport avec le thème d'étude.

Langues étrangères

Travaillez la grammaire et lisez régulièrement des journaux, un ou des romans en langue étrangère, regardez des films en version originale.

Pour l'anglais, procurez-vous les livres :

Grammaire Pratique de l'Anglais par M.Berland-Delépine chez Ophrys et le manuel de vocabulaire : Vocabulaire thématique anglais-français par Daniel GANDRILLON chez Ellipses.

- aller sur le site de THE INDEPENDENT/columnists/ lire les articles (2 ou 3 par semaine, pas plus), excellents, de Johann Hari et de Yasmin Ali hai-Brown.

- lire des nouvelles en anglais (des recueils avec notes de vocabulaire sont publiés chez Presses-Pocket ou dans une collection du Livre de Poche) ;

- écouter des bulletins d'information à la radio ou, à défaut, à la télévision (BBC GO 198 KHZ, ou 648 KHZ PO). Podcasts (BBC News / BBC World)

4 Matières scientifiques

Une parfaite maîtrise de l'alphabet grec, des formules trigonométriques, des fonctions usuelles, de la dérivation et de l'intégration est indispensable pour toutes les matières scientifiques.

Le mieux est de n'acheter aucun livre avant les vacances de la Toussaint, quand vous aurez une meilleure idée du déroulement de l'année et de vos éventuels besoins.

Aucune calculatrice n'est recommandée plus particulièrement, le mieux est de conserver celle de TS dont vous avez l'habitude. En ce qui concerne les DS et certaines épreuves de Maths des concours, la calculatrice n'est pas forcément autorisée. Il peut quand même être utile de savoir au minimum tracer la courbe représentative d'une fonction et rédiger les programmes que vous avez rencontrés au lycée...

Mathématiques

Le début d'année de PCSI est constitué essentiellement des notions de base nécessaires dans toutes les disciplines scientifiques (Chimie, Physique, S.I., et même Mathématiques...) :

- Nombres complexes, géométrie élémentaire du plan et de l'espace.
- Fonctions usuelles et équations différentielles.

- *Apprenez le formulaire joint par coeur.* Il faudra de toute façon connaître ces formules pour les écrits (qui n'autorisent pas la calculatrice !) et les oraux, alors vous savez ce qui vous reste à faire.

- *Relisez attentivement votre cours de TS et particulièrement les parties de cours de TS qui vous ont semblé le plus compliquées.* Les chapitres Suites, Limites et continuité, Dérivation, vous serviront le plus en début de l'année en Maths, le chapitre Intégration sera abordé au deuxième trimestre en Maths, mais servira par contre dès le début de l'année en Physique, Chimie et SI.

Adopter une lecture attentive, apprendre les résultats par coeur, et contrôler ensuite mentalement les définitions et les théorèmes.

En règle générale, essayez de dissocier *qualité* et *quantité* :

Qualité : travaillez de façon approfondie, les notions étudiées doivent être comprises et mémorisées à long terme.

Quantité : donnez-vous des plages horaires de travail précises, et imposez-vous un objectif bien défini.

Enfin, n'oubliez pas de tester régulièrement vos connaissances, une bonne mémorisation allant de pair avec une bonne compréhension.

5 Exercices de préparation

Ne pas trouver ces exercices n'a aucune importance sur la réussite de votre année, mais ne pas les chercher montrerait déjà un manque de motivation et de travail plus inquiétant...

Les exercices sont divisés en deux catégories, les exercices d'application, et les exercices demandant plus de réflexion (*) que vous ne trouverez peut-être pas tous, mais que vous serez tous capables de résoudre après quelques semaines de cours. Il est donc inutile de chercher une aide extérieure pour les résoudre.

Il est donc *anormal* de venir le jour de la rentrée sans avoir cherché un minimum le maximum d'exercices, mais tout à fait *normal* de ne pas les avoir trouvés tous.

Entiers, récurrence, réels

Exercice 1: Soit $q \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $1 + q + \dots + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$.

Exercice 2: Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Exercice 3: Démontrer l'inégalité $\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} \dots \frac{99}{100} < \frac{1}{10}$ en élevant au carré cette inégalité, et en majorant $\frac{1}{2}$ par $\frac{2}{3}$, etc.

Exercice 4*: Démontrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\sum_{k=1}^n k2^k = (n-1)2^{n+1} + 2$.

Exercice 5*: Montrer que pour tout $x \in \left[\frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{12}\right]$, $\frac{4 - \sqrt{3}}{2} \leq \frac{2(1 + \cotan x)}{\sqrt{2}(\cos x + \sin x)} \leq \frac{4}{\sqrt{3}}$ en encadrant le numérateur et le dénominateur.

Nombres complexes

Exercice 1: Déterminer le module et un argument du complexe : $z = (x-2)e^{i\frac{\pi}{4}}$, $x \in \mathbb{R}$.

Exercice 2: Déterminer le module et l'argument du nombre complexe : $e^{i\theta} + e^{2i\theta}$, $\theta \in \mathbb{R}$.

Exercice 3: Du calcul de $(1+i)(\sqrt{3}+i)$, déduire $\cos \frac{\pi}{12}$ et $\sin \frac{\pi}{12}$.

Exercice 4*: On considère le polynôme $P(z) = z^4 - z^3 + z^2 + 2$. On note Z_p l'ensemble des racines de P dans \mathbb{C} .

a. Montrer que si α appartient à Z_p , alors $\bar{\alpha}$ appartient aussi à Z_p .

b. Calculer $P(1+i)$ et donner deux éléments de Z_p .

c. Trouver trois réels a, b et c tels que, pour tout z dans \mathbb{C} , on ait: $P(z) = (z-1-i)(z-1+i)(az^2 + bz + c)$.

d. Déterminer deux autres éléments de Z_p .

Exercice 5*: Soit x un réel, et $A(x) = 1 + e^{ix} + e^{2ix} + e^{3ix}$, $C(x) = 1 + \cos x + \cos(2x) + \cos(3x)$ et $S(x) = \sin x + \sin(2x) + \sin(3x)$.

a. Vérifier que si x n'est pas un multiple de 2π , $A(x) = \frac{1 - e^{4ix}}{1 - e^{ix}}$.

b. Ecrire sous forme trigonométrique $1 - 4e^{4ix}$ et $1 - e^{ix}$.

c. En déduire la forme trigonométrique de $C(x)$.

d. En déduire une autre expression algébrique de $C(x)$ et de $S(x)$.

e. Résoudre $\sin x + \sin(2x) + \sin(3x) = 0$.

f. Résoudre $1 + \cos x + \cos(2x) + \cos(3x) = 0$.

Exercice 6*: Soient a, b, c, d des réels tels que $ad - bc = 1$, et $z \in \mathbb{C} \setminus \{-d/c\}$. Montrer que $\operatorname{Im} \left(\frac{az+b}{cz+d} \right) = \frac{\operatorname{Im}(z)}{|cz+d|^2}$.

Fonctions

Exercice 1: Pour chacune des fonctions suivantes, donner l'ensemble de définition D_f de la fonction, préciser sur quel ensemble elle est dérivable, et enfin déterminer sa fonction dérivée.

a. $f_1 : x \mapsto (8x - 2)^2$ b. $f_2 : x \mapsto \frac{1 - x^2}{1 + x^2}$ c. $f_3 : x \mapsto \ln\left(\frac{1 + x}{x - 1}\right)$ d. $f_4 : x \mapsto \sqrt{2x + 1}$ e. $f_5 : x \mapsto \frac{\cos x}{\sin x}$.

Exercice 2: On considère la fonction $f : x \mapsto 2x - \ln(e^x - 1)$ définie sur \mathbb{R}_+^* .

a. Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. b. Déterminer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. c. Etudier les variations de f .

Exercice 3: Calculer les intégrales suivantes:

a. $I_1 = \int_4^1 (2x^3 - 4x + 1) dx = -\frac{201}{2}$. b. $I_2 = \int_1^4 \frac{dx}{x^2}$ c. $I_3 = \int_2^3 \frac{dx}{(x - 1)^2}$.

Réponses: $I_1 = -\frac{201}{2}$, $I_2 = \frac{3}{4}$, $I_3 = \frac{1}{2}$.

Exercice 4: On pose $I_n = \int_0^{\pi/2} \sin^n(x) dx$, avec n dans \mathbb{N} . Calculer I_1, I_2 et I_3 .

(on pourra utiliser une intégration par parties pour trouver une relation entre I_2 et $-I_2$, et entre I_3 et I_1).

Exercice 5: Résoudre l'équation différentielle $(E) : y' = 3y + 2$.

Exercice 6*: On considère les équations différentielles $(E_0) : y' = 3y + 2$ et $(E) : 2y' + 3y = x^2 + 1$.

On note S_0 l'ensemble des fonctions y (de variable réelle x) solutions de (E_0) et (S) celles des solutions de (E) .

- Déterminer S_0 .
- Vérifier que $y_p : x \mapsto \frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{9}x + \frac{17}{27}$ appartient à S .
- Montrer que $y \in S$ si et seulement si, $y - y_p \in S_0$.
- Conclure.

Géométrie

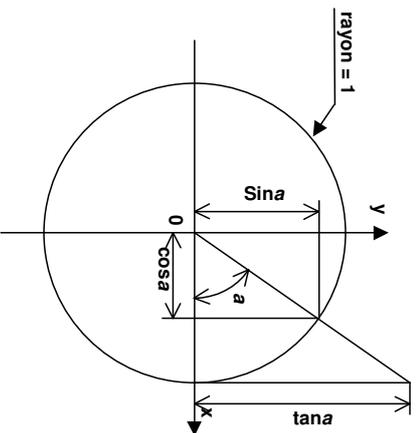
Exercice 1: Le plan euclidien est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soient $A(1, 2)$, $B(-2, 1)$ et $C(-3, 4)$.

- Les points A, B, C sont-ils alignés ?
- Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) , et un vecteur directeur de cette droite.
- Déterminer une équation cartésienne du cercle de diamètre $[BC]$.

Exercice 2*: Le plan euclidien est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Soient A, B et M trois points distincts d'affixes respectives a, b et z .

- Interpréter géométriquement les quantités $|z - a|$ et $\arg(z - a)$. Interpréter géométriquement le module et un argument de $\frac{z - a}{z - b}$.
- Déterminer l'ensemble des points du plan d'affixe $z = x + iy$ tels que :
 - $\left| \frac{z - 2}{z + i} \right| = 1$ 2) $\left| \frac{z - 2}{z + i} \right| = 2$ 3) $\arg\left(\frac{z - 2}{z + i}\right) = 0 [\pi]$ 4) $\arg\left(\frac{z - 1}{z + i}\right) = \frac{\pi}{4} [\pi]$.

Diverses formules à connaître



$$\cos^2 x + \sin^2 x = 1 \quad \frac{1}{\cos^2 a} = 1 + \tan^2 a$$

$$e^{i(a+b)} = e^{ia} e^{ib}$$

soit $\cos(a+b) + i \sin(a+b) = (\cos a + i \sin a)(\cos b + i \sin b)$

d'où

$$\begin{aligned} \cos(a+b) &= \cos a \cos b - \sin a \sin b \\ \cos(a-b) &= \cos a \cos b + \sin a \sin b \\ 2 \cos a \cos b &= \cos(a+b) + \cos(a-b) \\ 2 \sin a \sin b &= \cos(a-b) - \cos(a+b) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sin(a+b) &= \sin a \cos b + \cos a \sin b \\ \sin(a-b) &= \sin a \cos b - \cos a \sin b \\ 2 \sin b \cos a &= \sin(a+b) - \sin(a-b) \\ 2 \sin a \cos b &= \sin(a+b) + \sin(a-b) \\ \sin p + \sin q &= 2 \sin \left(\frac{p+q}{2} \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \right) \\ \sin p - \sin q &= 2 \sin \left(\frac{p-q}{2} \right) \cos \left(\frac{p+q}{2} \right) \\ \cos p + \cos q &= 2 \cos \left(\frac{p+q}{2} \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \right) \\ \cos p - \cos q &= -2 \sin \left(\frac{p+q}{2} \right) \sin \left(\frac{p-q}{2} \right) \end{aligned}$$

Moyen mnémotechnique

SiCo CoSi CoCo SiSi pour les seconds membres en changeant le signe à la dernière.

$$\begin{aligned} \tan(a+b) &= \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \\ \tan(a-b) &= \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos 2a &= \cos^2 a - \sin^2 a \\ \cos 2a &= 2 \cos^2 a - 1 \\ \cos 2a &= 1 - 2 \sin^2 a \\ \cos^2 a &= \frac{1 + \cos 2a}{2} \\ \sin^2 a &= \frac{1 - \cos 2a}{2} \end{aligned}$$

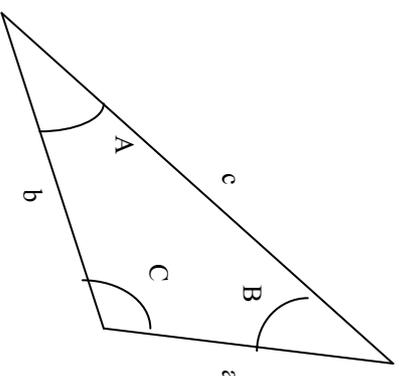
$$\sin 2a = 2 \cos a \sin a$$

En posant $t = \tan \frac{x}{2}$, $\cos x = \frac{1-t^2}{1+t^2}$

$$\begin{aligned} \sin x &= \frac{2t}{1+t^2} & \tan x &= \frac{2t}{1-t^2} \end{aligned}$$

$a \cos x + b \sin x = c \cos(x-\varphi)$ si

$$c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad \text{et} \quad \tan \varphi = \frac{b}{a}$$



Dans un triangle quelconque,

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

et $b^2 = c^2 + a^2 - 2ac \cos B$

L'alphabet grec en sciences

Nom	Minuscule	Majuscule
alpha	α	
beta	β	
gamma	γ	Γ
delta	δ	Δ
epsilon	ϵ	
zeta (dzeta)	ζ	
eta	η	
theta	θ	
iota	ι	
kappa	κ	
lambda	λ	Λ
mu	μ	
nu	ν	
xi (ksi)	ξ	Ξ
omicron	\omicron	
pi	π	Π
rho	ρ	
sigma	σ	Σ
tau	τ	
upsilon	υ	Υ
phi	ϕ	Φ
chi (khi)	χ	
psi	ψ	
omega	ω	Ω

- ◆ Seules les majuscules différentes des lettres majuscules de l'alphabet français sont indiquées dans ce tableau.
- ◆ Les lettres en italique sont peu utilisées en sciences car elles sont trop semblables à des lettres de l'alphabet français.